

Praktikum II
US: Ultraschall
Betreuer: Jan Bärtle

Hanno Rein
praktikum2@hanno-rein.de

Florian Jessen
florian.jessen@student.uni-tuebingen.de

08. April 2004

1 Vorwort

Ultraschall kann vom Menschen - im Gegensatz zu einigen Tieren - zwar nicht wahrgenommen werden, doch teilweise werden diese Frequenzen genau aus diesem Grund eingesetzt. Anwendungsbereiche sind nicht nur in der Hundepfeife, sondern auch Entfernung- und Tiefenmessung (Echolot) und die medizinischen Diagnostik. Aktuelle Versuche zeigen, dass man mit Hilfe von Ultraschall sogar kalte Kernfusionen auslösen kann.

2 Grundlagen

2.1 Lichtbrechung an Ultraschallwellen

Ultraschall besteht aus Schallwellen im Bereich von 20kHz – 200MHz. Die daraus resultierenden Wellenlängen liegen daher im Bereich des sichtbaren Lichts. Die für Schallwellen charakteristischen Verdichtungen und Verdünnungen und die damit verbundene Änderung des Brechungsindex bewirken zum einen, dass das Licht im schalldurchsetzten Medium gebeugt wird, zum anderen Laufzeitunterschiede. Der Ultraschallbereich schließt sich daher an den für den Menschen hörbaren Bereich an und wird nach oben durch Reibungseffekte und die kleinstmöglichen Wellenlängen in den Medien begrenzt und ist vor allem bei magnetostriktiven Erregern von Bedeutung.

2.2 Ultraschallerzeugung

Für die Erzeugung von Ultraschall gibt es im wesentlichen zwei Verfahren. Dies sind Piezo-Kristalle und magnetostriktive Effekte.

- Piezo-Effekt

Übt man auf einen Piezo-Kristall eine Kraft aus, so kann man an diesem eine Spannung abgreifen. Auch die Umkehrung funktioniert, der Kristall verändert seine Länge. Legt man nun eine Wechselspannung an den Kristall, so wird dieser zu periodischen Längenänderungen gezwungen. Diese werden maximal, wenn die Frequenz mit der Eigenfrequenz des Kristalls zusammenfällt. Um diese zu berechnen betrachtet man den Kristall als kurzen Stab, auf dem sich stehende Wellen ausbilden sollen. Da der Piezo an einem Ende fest eingespannt war, bildet sich an einem Ende ein Schwingungsknoten und am anderen ein Schwingungsbauch. Es ist

$$f_{Resonanz,n} = (2 \cdot n + 1) \frac{c}{4 \cdot l} \quad (1)$$

Dabei ist n die Nummer der Schwingung und l die Dicke des Quarz. Für Festkörper ist zusätzlich die Ausbreitungsgeschwindigkeit gegeben durch

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (2)$$

- Magnetostriktion

Bringt man einen Stab aus einem ferromagnetischen Material in das Magnetfeld einer Spule, so beobachtet man eine Längenänderung. Einige Materialien dehnen sich aus (z.B. Eisen), andere hingegen werden kürzer (z.B. Nickel). Die Änderung wird beschrieben durch die Beziehung

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\kappa \Gamma}{E} \cdot H \quad (3)$$

Dabei ist l die Länge des Stabs, Δl die Längenänderung, E das Elastizitätsmodul, H die magnetische Feldstärke und $\kappa \Gamma$ die Magnetostriktionskonstante. Legt man hier einen Wechselstrom an die Spule, so kann man wieder die Ausbildung von Ultraschallwellen beobachten. Der Effekt ist auch umkehrbar, so dass man bei Deformation des Materials eine Magnetisierung beobachtet. Die Ultraschallfrequenz ist immer doppelt so hoch wie die Anregungsfrequenz. Man kann ein Verhältnis von 1:1 erreichen, indem man zu der Wechselspannung einen Offset addiert, so dass keine Umpolung des Feldes auftritt. In der Praxis wird dies dadurch erreicht, dass der Stab vormagnetisiert wird, und man den Effekt der Remanenz ausnutzt.

3 Auswertung

3.1 Piezo Quarz

Der Piezo Quarz wird in ein Gefäß mit Ethanol eingetaucht und mit einem LASER beleuchtet. Wenn man die Resonanzfrequenz des Piezo Quarzes erreicht bilden sich Schlieren, die in der Projektion sichtbar sind. Wir bestimmen die Grundfrequenz f_0 mit dieser Methode zu

$$f_0 = 2.107\text{MHz} \quad (4)$$

Die Frequenz f_1 der ersten Oberschwingung bestimmten wir ebenfalls nach oben beschriebener Methode und erhielten, wie auch schon im Anhang nachzulesen ist:

$$f_1 = 6.0448\text{MHz} \quad (5)$$

Die Dicke l des Quarzes ergibt sich nun nach (1) und (2). Es ist nämlich

$$l = (2n + 1) \cdot \frac{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{4 \cdot f_{\text{resonanz}}} \quad (6)$$

Das ergibt bei der Grundschiwingung:

$$l_0 = \frac{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{4 \cdot f_0} \quad (7)$$

$$= 1.69 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (8)$$

und bei der ersten Oberschwinung

$$l_1 = 3 \cdot \frac{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{4 \cdot f_1} \quad (9)$$

$$= 1.57 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (10)$$

Aus diesen beiden Werten lässt sich ein Mittelwert, eine Standardabweichung und ein Fehler berechnen, so dass man ein Vertrauensintervall (in unserem Fall 68 %) angeben kann. Wir erhalten somit für die Dicke l :

$$l = (1.63 \pm 0.06) \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (11)$$

Durch die Gitterwirkung des entstehenden Wellenbildes kann man auf dem Schirm ein Interferenzmuster mit annähernd äquidistanten Streifen beobachten. Dabei ist es ohne Bedeutung, ob es sich um eine fortschreitende oder stehende Welle handelt, da in beiden Fällen die Teilchen um ihre Ruhelage schwingen. Aus den Abständen der Streifen bestimmen wir nach den allseits bekannten Beziehungen

$$\sin \alpha_n = \frac{n\lambda}{g} \quad \tan \alpha_n = \frac{d_n}{a} \quad c = f \cdot \lambda \quad (12)$$

Aus den Messwerten erhalten wir für die Wellenlänge λ_0 bei der Grundschiwingung

$$\lambda_0 = \frac{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{f_0} \quad (13)$$

$$= 5.25 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (14)$$

und bei der ersten Oberschwingung

$$\lambda_1 = \frac{\sqrt{\frac{E}{\rho}}}{f_1} \quad (15)$$

$$= 1.96 \cdot 10^{-4} \text{ m} \quad (16)$$

Aus den Messwerten ergibt sich für die Schallgeschwindigkeit c von Ethanol bei der Grundfrequenz f_0

$$c_{\text{grundschiwingung}} = f_0 \cdot \lambda_0 \quad (17)$$

$$= 1110 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (18)$$

und bei der ersten Oberschwingung

$$c_{\text{Oberschwingung}} = f_1 \cdot \lambda_1 \quad (19)$$

$$= 1180 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (20)$$

Auch hier lässt sich wiederum der schon oben erwähnte Mittelwert der Schallgeschwindigkeit samt Fehler berechnen:

$$c = (1.140 \pm 0.038) \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (21)$$

Somit liegt der Literaturwert von $c = 1190 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ hinreichend nahe an unseren Messwerten. Die Unterschiede können durch Temperatureffekte entstehen. Das Kompressionsmodul K von Ethanol ist für die Messwerte bei der Grundschwingung

$$K_1 = c_{\text{grundschwingung}}^2 \cdot \rho \quad (22)$$

$$= 0.97 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad (23)$$

und bei der 1. Oberschwingung

$$K_2 = c_{\text{oberschwingung}}^2 \cdot \rho \quad (24)$$

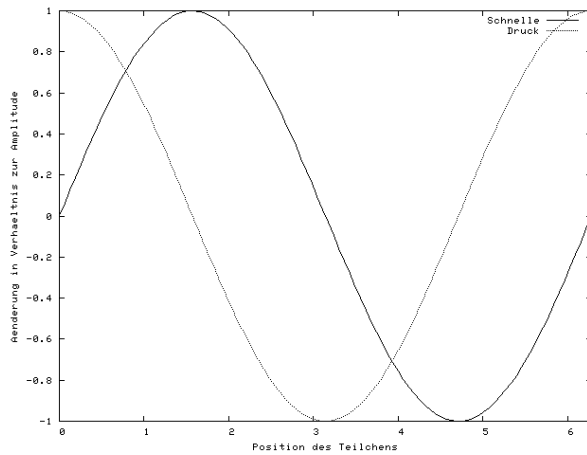
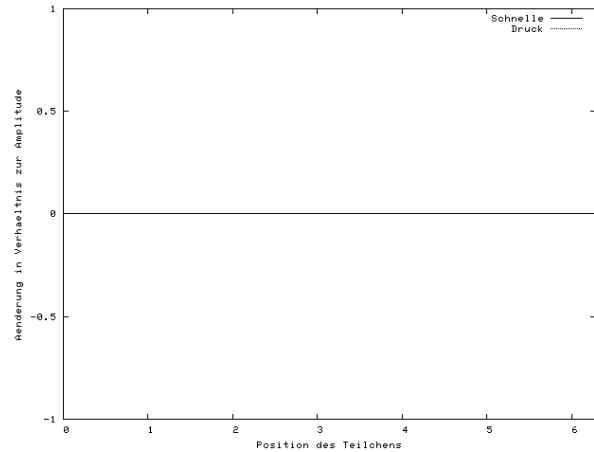
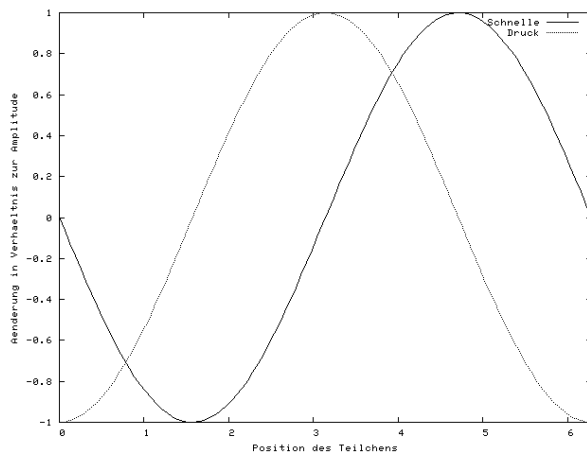
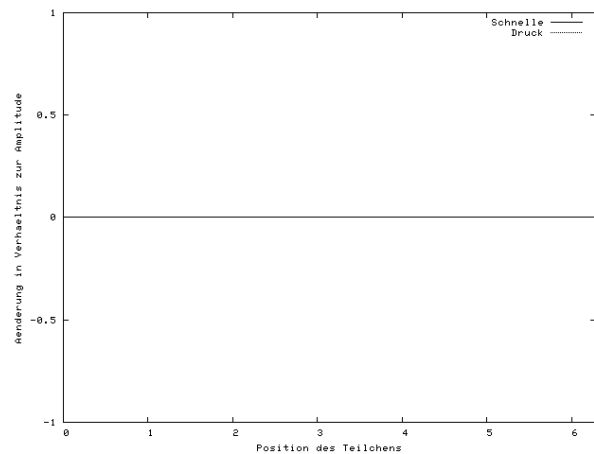
$$= 1.11 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad (25)$$

Somit ist der Mittelwert des Kompressionsmoduls samt Fehler

$$K = (1.04 \pm 0.07) \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad (26)$$

3.2 Schallwelle

An den Schwingungsbäuchen schwingen alle Teilchen annähernd synchron. Die Druckänderung ist daher minimal. Umgekehrt schwingen an den Schwingungsknoten die Teilchen von beiden Seiten auf diesen Punkt zu und weg. Die Druckänderung wird maximal.

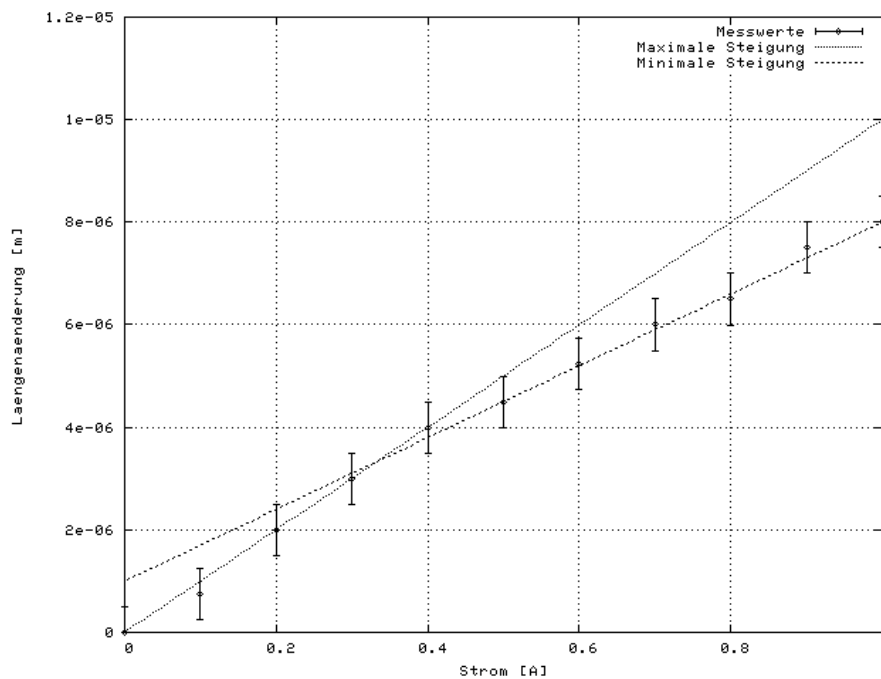
Abbildung 1: $t = 0 \cdot T$ bzw. $t = 0 \cdot T$ Abbildung 2: $t = \frac{1}{4} \cdot T$ Abbildung 3: $t = \frac{1}{2} \cdot T$ Abbildung 4: $t = \frac{3}{4} \cdot T$

3.3 Magnetostriktion

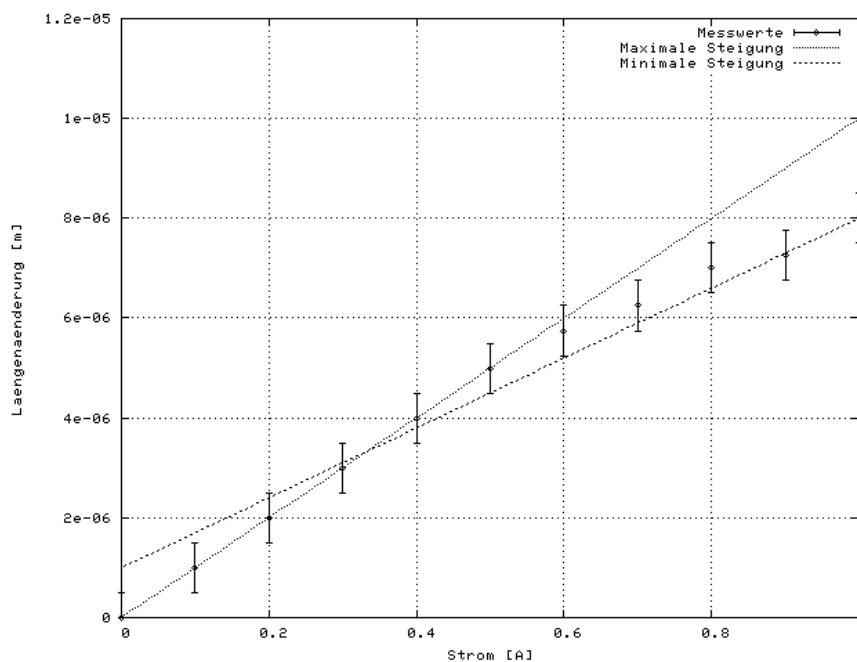
In einer Spule befindet sich ein Nickelstab. Zuerst wird der Spulenstrom auf 1A hochgeregelt. Dabei ändert sich die Länge des Stabes um $8\mu\text{m}$. Dies entspricht einer relativen Längenänderung von

$$18.18 \frac{\mu\text{m}}{\text{m}} \quad (27)$$

Im folgenden wird mit dieser Anordnung die Längenänderung bei verschiedenen Spulenströmen bestimmt. Aus den Meßwerten ergibt sich, mit einem angenommenen Ablesefehler von $1\mu\text{m}$, das folgende Diagramm



Danach wird die Stromrichtung umgekehrt und die Messung wiederholt.



Aus den Schaubildern ergeben sich folgende Werte für die maximale und minimale Steigung von Δl über I jeweils:

maximale Steigung [m/A]	minimale Steigung [m/A]
$10 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-6}$

Tabelle 1: Steigung von Δl über I

Für die Magnetostruktionskonstante $\kappa\Gamma$ ergibt sich somit

$$\kappa\Gamma_{min} = \frac{EL}{Nl} \left(\frac{dl}{dI} \right)_{min} \quad (28)$$

$$= 265 \frac{\text{N}}{\text{Am}} \quad (29)$$

$$\kappa\Gamma_{max} = \frac{EL}{Nl} \left(\frac{dl}{dI} \right)_{max} \quad (30)$$

$$= 378 \frac{\text{N}}{\text{Am}} \quad (31)$$

Somit ist

$$\kappa\Gamma = (322 \pm 113) \frac{\text{N}}{\text{Am}} \quad (32)$$

Die Grundfrequenz ist unter der Annahme eines einseitig eingespannten Stabes:

$$f_0 = \frac{1}{4l} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (33)$$

$$= 2868 \text{ Hz} \quad (34)$$

Der Stab der eine Grundfrequenz von 60 kHz hat, hat die Länge:

$$l_0 = \frac{1}{240 \text{ kHz}} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (35)$$

$$= 2.1 \text{ cm} \quad (36)$$

Anhang - Original Messdaten

Beugungsgitter

$$f_0 = 2.107 \text{ MHz}$$

$$x_0 = 1.18 \text{ mm}$$

$$x_1 = 1.26 \text{ mm}$$

$$x_2 = 1.35 \text{ mm}$$

$$x_3 = 1.25 \text{ mm}$$

$$f_1 = 6.0448 \text{ MHz}$$

$$x_0 = 3.1 \text{ mm}$$

$$x_1 = 3.5 \text{ mm}$$

$$x_2 = 3.3 \text{ mm}$$

$$x_3 = 3.6 \text{ mm}$$

$$x_4 = 3.4 \text{ mm}$$

Längenänderung

Strom [A]	Längenänderung 1 [μm]	Längenänderung 2 [μm]
0.1	0.75	1
0.2	2	2
0.3	3	3
0.4	4	4
0.5	4.5	5
0.6	5.25	5.75
0.7	6	6.25
0.8	6.5	7
0.9	7	7.25
1	8	8