

Praktikum II  
TR: Transformator  
Betreuer: Dr. Torsten Hehl

Hanno Rein  
praktikum2@hanno-rein.de

Florian Jessen  
florian.jessen@student.uni-tuebingen.de

30. März 2004

## 1 Vorwort

Ein klassischer Transformator besteht aus zwei getrennten Spulen, die um den selben Eisenkern gewickelt sind. Eine Spannungsänderung an der Primärspule bewirkt auch eine Spannungsänderung an der Sekundärspule. Transformatoren werden deshalb häufig zur *galvanischen Trennung* eingesetzt. Andererseits können Transformatoren dazu eingesetzt werden um *Spannungen zu transformieren*. Hierbei sind jedoch einige Besonderheiten zu beachten, um die es in diesem Praktikum geht.

## 2 Grundlagen

### 2.1 Unbelasteter Transformator

Ein Transformator gilt als unbelastet, wenn an seiner Sekundärspule kein Verbraucher angeschlossen ist. Da beide Spulen um den selben Eisenkern gewickelt sind, spüren auch beide den selben magnetischen Fluss (und dessen Änderung). Mit Hilfe des Induktionsgesetzes  $U_{ind} = -n \frac{d\Phi}{dt}$  erhält man für das effektive Spannungsverhältnis an Primär- und Sekundärspule folgenden Zusammenhang mit den Windungszahlen:

$$\frac{U_1}{U_2} = \pm \frac{n_1}{n_2} \quad (1)$$

Das Minuszeichen gibt bei gleichsinniger Windung der beiden Spulen an, dass die Spannungen um  $180^\circ$  Phasenverschoben sind. Am unbelasteten Transformator fließt auf der Primärseite bei Vernachlässigung des Ohmschen Widerstands der Strom um  $90^\circ$  phasenverschoben zur Spannung. Somit wird keine Leistung verbraucht. Der Energiesatz liefert das selbe Ergebnis.

### 2.2 Belasteter Transformator

Bei einer rein ohmschen Belastung  $R$  des Transformators auf der Sekundärseite fließt ein Strom  $I_2(t)$  mit

$$I_2(t) = \frac{U_2(t)}{R} \quad (2)$$

Nach dem Energiesatz muss auf die gesamte Leistung  $P$  aus der Primärseite kommen. Somit gibt es auf dieser Seite eine Phasenverschiebung.

$$P_1 = P_2 \quad (3)$$

$$I_1 U_1 \cos \varphi = I_2 U_2 \quad (4)$$

### 2.3 Leistungsanpassung

Jede reale Spannungsquelle hat einen endlichen Innenwiderstand  $R_i$ . Schließt man an diese Quelle einen ohmschen Widerstand (Verbraucher)  $R_a$  an, so ist der Strom  $I_0$  durch  $R_a$  gegeben durch:

$$I = \frac{U_0}{R_i + R_a} \quad (5)$$

Somit ist die Leistung  $P$ :

$$P = U_0 \cdot I_0 = I_0^2 \cdot R_a = \frac{U_0^2 R_a}{(R_i + R_a)^2} \quad (6)$$

Um die maximale Leistung  $P_{max}$  in Abhängigkeit von  $R_a$  zu erhalten, muss gelten:

$$\frac{dP}{dR_a} = U_0^2 \frac{(R_i + R_a)^2 - 2R_a(R_i + R_a)}{(R_i + R_a)^4} = U_0^2 \frac{(R_i + R_a) - 2R_a}{(R_i + R_a)^3} \quad (7)$$

$$= U_0^2 \frac{R_i - R_a}{(R_i + R_a)^3} = 0 \quad (8)$$

Diese Bedingung ist genau dann erfüllt wenn der Innenwiderstand  $R_i$  gleich dem Lastwiderstand  $R_a$  ist. Somit ergibt sich für die maximale Leistung:

$$P_{max} = \frac{U_0^2}{4R_i} \quad (9)$$

## 2.4 Verluste im Transformator

- **Ohmsche Verluste**

Auch die Windungen eines Transformators bestehen aus Metall. Daher entsteht ohmsche Wärme. Durch Verwendung von Kupferleitungen mit großen Querschnitten versucht man diesen Effekt zu minimieren.

- **Hysterese**

Alle magnetischen Materialien haben ein *Gedächtnis*, d.h. wurden sie bereits einmal einem Magnetfeld, so verschwindet die Magnetisierung nicht vollständig, wenn das Magnetfeld entfernt wird. Diese sogenannte Remanenz kann man durch Anlegen eines entsprechend starken Gegenfeldes beseitigen. Bei stärkeren Gegenfeldern wird die Magnetisierung umgekehrt und man erhält letztendlich die typische *Hysteresekurve*. Die Energie, die für die Magnetisierung aufgewendet werden muss, wird in Wärme umgewandelt und kann nicht weiter genutzt werden. Dieser Effekt lässt sich durch die Wahl des Materials für den Kern beeinflussen.

- **Wirbelströme**

Dadurch, dass ein Transformator mit Wechselstrom betrieben werden muss, bilden sich bei jeder Stromänderung in der Primärspule Wirbelfelder, die im Eisenkern Wirbelströme induzieren. Diese werden durch den ohmschen Widerstand des Materials zu Wärme. Man kann diese Verluste minimieren, indem man den Eisenkern in viele elektrisch getrennte Schichten zerlegt und so die Ausdehnung der Wirbelströme begrenzt.

- **Streifelder**

Der magnetische Fluss kann nie vollständig im Eisenkern gefangen werden. Das bedeutet, dass im Gegensatz zum idealen Transformator  $\Phi_1 > \Phi_2$  gilt. Die Leistung der Primärspule wird also nicht vollständig auf die Sekundärspule übertragen. Durch geschickte Wahl der Bauform lässt sich dieser Effekt reduzieren.

### 3 Auswertung

#### 3.1 Übersetzungsverhältnis und Verluste

Das Übersetzungsverhältnis  $\ddot{u}$  ist nach unseren Messungen

$$\ddot{u} = \frac{n_1}{n_2} = 9.997 \pm 0.006 \quad (10)$$

Sei  $t_s$  die Zeit zwischen den beiden Nulldurchgängen von Strom und Spannung. Dann gilt für den Phasenwinkel  $\varphi_0$ :

$$\varphi_0 = \frac{t_s}{20 \text{ ms}} \cdot 360^\circ \quad (11)$$

$$= 61.2^\circ \pm 0.4^\circ \quad (12)$$

Würde es sich um einen idealen Transformator handeln, wäre die Phasenverschiebung  $90^\circ$ . Man sieht an den Messwerten deutlich, dass der verwendete Transformator große Verluste hat. Mögliche Ursachen sind unter 2.4 aufgeführt.

#### 3.2 Belasteter Transformator

Beim belasteten Transformator ändert sich die zur Verfügung gestellte Sekundärspannung, der Primärstrom, sowie die Phasenverschiebung bei konstanter Primärspannung  $U_1 = 40 \text{ V}$  in Abhängigkeit des Sekundärstromes. In unserem Versuch ergaben sich folgende Abhängigkeiten:

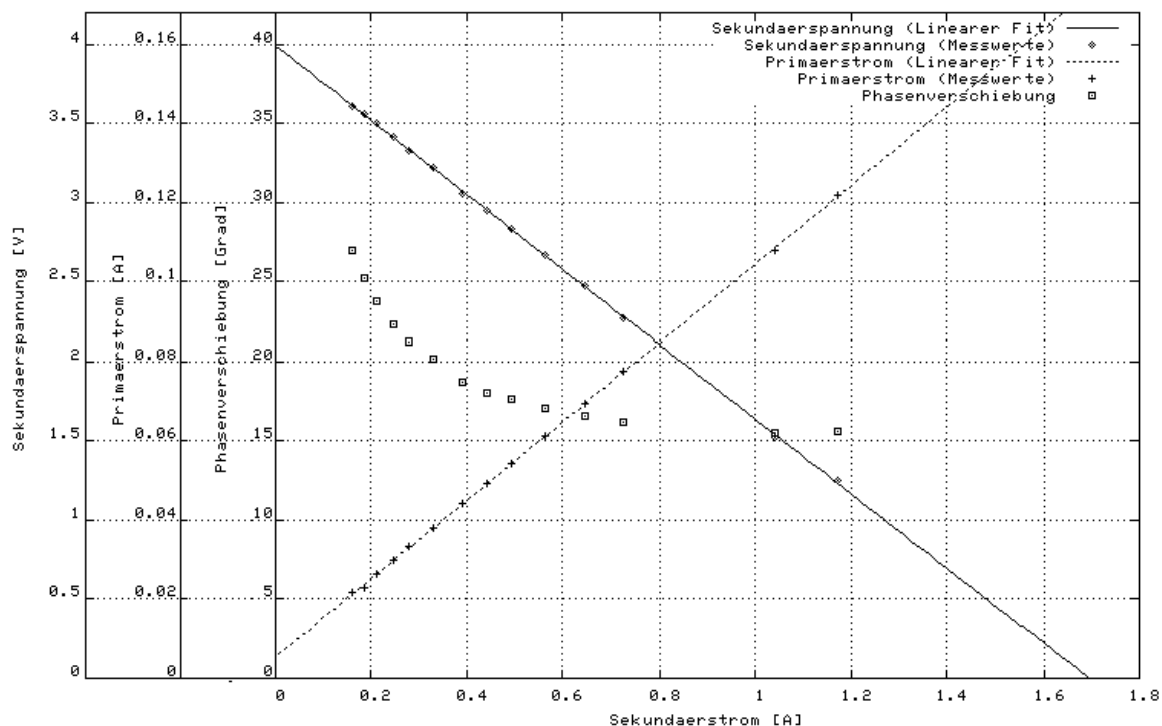


Abbildung 1:  $U_2$ ,  $I_1$ ,  $\varphi$  als Funktion von  $I_2$

Da der Innenwiderstand des Transformators nicht zu vernachlässigen ist, sinkt die zur Verfügung stehende Sekundärspannung in Abhängigkeit der Leistung. Der lineare Fit der Sekundärspannung ergab einen Kurzschlussstrom  $I_{kurz}$  von

$$I_{kurz} = 1.69 \text{ A} \quad (13)$$

sowie eine Leerlaufspannung  $U_{leer}$  von

$$U_{leer} = 3.99 \text{ V} \quad (14)$$

Somit ist der Innenwiderstand  $R_{it}$  des Transformators

$$R_{it} = \frac{U_{leer}}{I_{kurz}} = 2.35 \Omega \quad (15)$$

Im Leerlauf ( $I_2 = 0$ ) ergab der lineare Fit einen Primärstrom von  $I_{10} = 5.39 \text{ mA}$ . Somit gilt für den Blindstrom

$$I_{blind} = \sin \varphi_0 \cdot I_{10} = 4.72 \text{ mA} \quad (16)$$

sowie für den Wirkstrom

$$I_{wirk} = \cos \varphi_0 \cdot I_{10} = 2.60 \text{ mA} \quad (17)$$

was einer Verlustleistung von  $P = 0.1 \text{ W}$  im Leerlaufbetrieb entspricht. Auf eine Fehlerrechnung wurde hier verzichtet.

### 3.3 Zusammenhang zwischen Primär- und Sekundärstrom, Magnetischer Fluss

Aus dem Energiesatz und Gleichung 1 geht hervor, dass sich die Ströme umgekehrt proportional zur Anzahl der Wicklungen verhalten:

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{n_2}{n_1} \quad (18)$$

Für den magnetischen Fluss  $\Phi$  gilt:

$$\Phi = L \cdot I_1 \quad (19)$$

Die gemessenen Spannungen  $U_{\varphi_0}$ , die proportional zum Fluss ist, sollte also proportional zum Primärstrom  $I_1$  sein. Bei unserer Messung ergab sich folgende Abhängigkeit

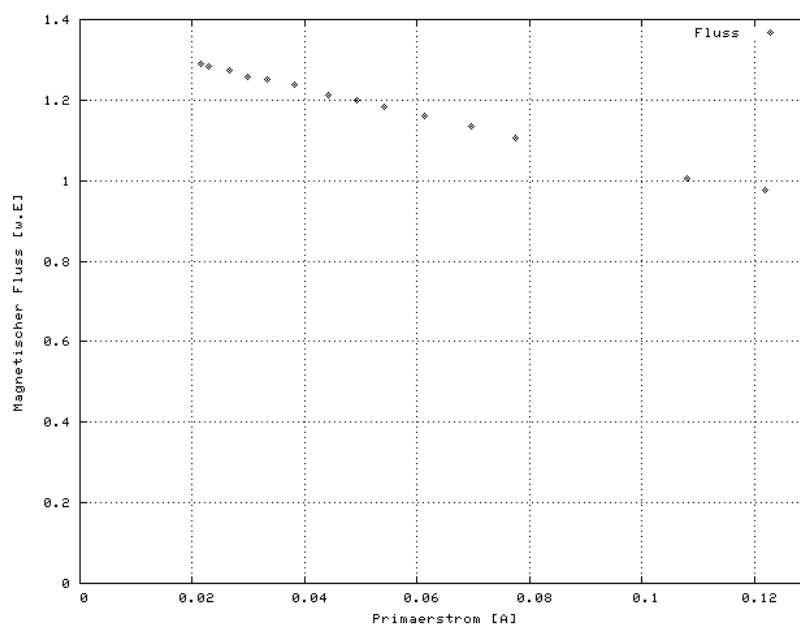


Abbildung 2: Magnetischer Fluss als Funktion von  $I_1$

Es kann mit obigen Ergebnissen gezeigt werden, dass wir nicht mit einem idealen Transformator gearbeitet haben. Somit konnten wir die theoretischen Aussagen aber leider nicht bestätigen.

### 3.4 Zeigerdiagramme

- Unbelasteter Transformator

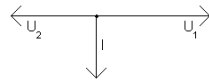


Abbildung 3: Unbelasteter Transformator

- Belasteter Transformator

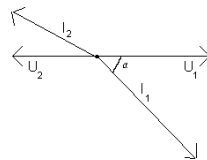


Abbildung 4: Belasteter Transformator

### 3.5 Wirkungsgrad

Für den Wirkungsgrad in Abhängigkeit der Sekundärleistung ergibt unsere Messung folgendes Schaubild:

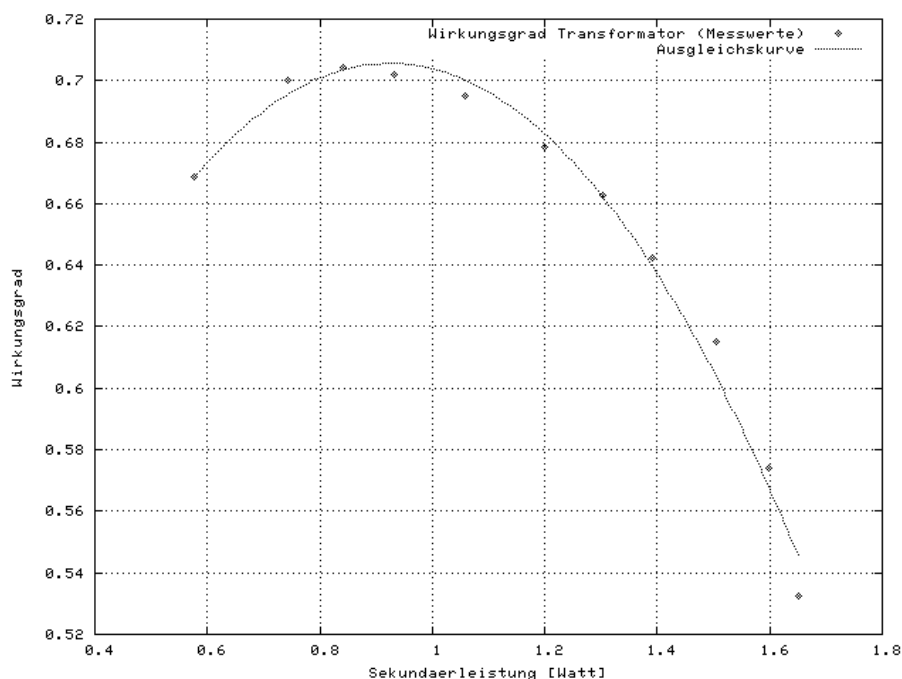


Abbildung 5: Wirkungsgrad

Man erkennt, dass der Wirkungsgrad ein Maximum bei einer Leistung etwa 0.9 Watt hat.

*Hinweis:* Aus den Messdaten wurden drei offensichtliche Messfehler entfernt.

### 3.6 Leistungsanpassung

Für die Sekundärleistung in Abhängigkeit des Lastwiderstandes ergibt unsere Messung folgendes Schaubild:

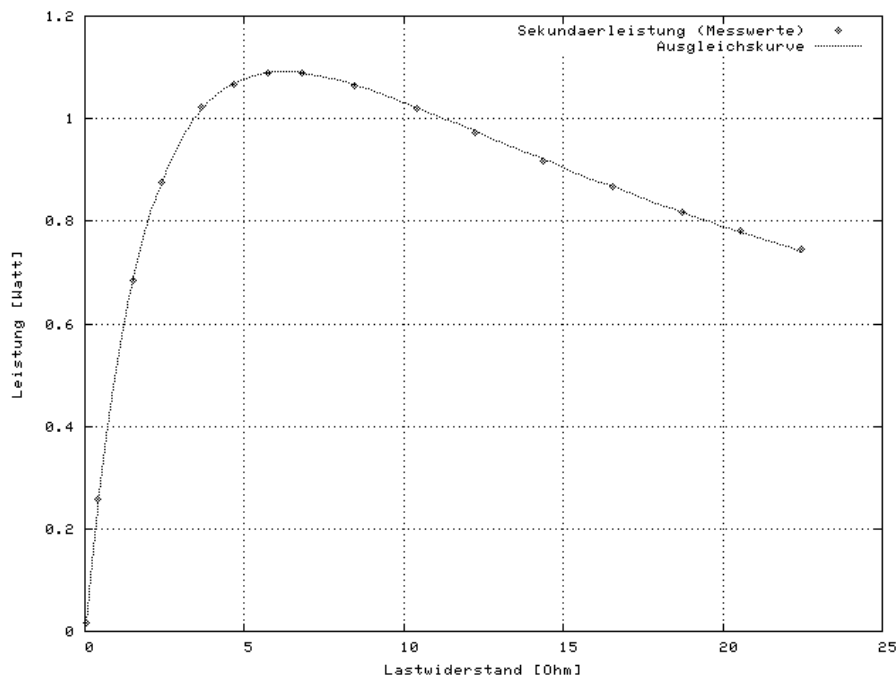


Abbildung 6: Leistungsanpassung

Die maximale Leistung tritt laut unseren Messdaten bei einem Lastwiderstand von  $R_a = 6.22\Omega$  auf. Der Innenwiderstand ist bei dieser Messung  $R_i = 6.24\Omega$ . Somit ist die Bedingung  $R_i = R_a$  erfüllt und die Leistungsanpassung bestätigt.

Der Innenwiderstand des Trenntrafos wurde auf  $R_t = 400\Omega$  eingestellt. Das Verhältnis  $\frac{R_t}{R_i} = 64$ . Nach der Theorie der Widerstandstransformation müsste gelten:

$$R_{2g} = \frac{R_t}{\ddot{u}^2} + R_{2i} = 6.35\Omega \quad (20)$$

Somit konnte auch die Widerstandstransformation bestätigt werden .

## Anhang - Original Messdaten

### Messung 1

$U_{10}$ [Volt]	$U_{20}$ [Volt]	$U_{\Phi 0}$ [Volt]	$I_{10}$ [A]	$\varphi_0$ [ms]
43.6	4.36	1.466	0.0078	3.4
45.0	4.49	1.509	0.008	3.4
47.1	4.71	1.580	0.0082	3.4
48.9	4.89	1.644	0.0084	3.35
51.0	5.11	1.713	0.0087	3.35
54.5	5.46	1.833	0.0091	3.5

### Messung 2

$U_1 = 40$  Volt

$U_2$ [Volt]	$I_2$ [A]	$U_{\Phi}$ [Volt]	$I_1$ [A]	$\varphi$ [ms]
* 1.25	1.173	0.977	0.122	0.87
* 1.52	1.042	1.006	0.108	0.86
2.27	0.727	1.107	0.0775	0.9
2.47	0.647	1.135	0.0696	0.92
2.67	0.564	1.162	0.0612	0.95
2.83	0.492	1.184	0.0542	0.98
2.95	0.442	1.2	0.0492	1
3.06	0.392	1.214	0.0442	1.04
3.22	0.329	1.237	0.0381	1.12
3.33	0.280	1.251	0.0332	1.18
3.41	0.247	1.257	0.0299	1.24
3.5	0.212	1.275	0.0265	1.32
* 3.56	0.185	1.284	0.023	1.4
3.61	0.160	1.290	0.0216	1.5

### Messung 3

$R_{iq} = 400\Omega$

$U_2$ [Volt]	$I_2$ [A]
0.021	0.834
0.330	0.782
1.015	0.674
1.448	0.605
1.935	0.529
2.23	0.479
2.50	0.436
2.72	0.400
3.00	0.355
3.26	0.313
3.45	0.282
3.63	0.253
3.79	0.229
3.91	0.209
4.01	0.195
4.09	0.182